

節点間縮み量と最大振幅との関係

正会員 ○小林 俊夫

キーワード：内装下地材、曲げ変形、
最大変形、節点間縮み量

1. はじめに

内装に使用される部材は構造部材に比較して軽微な断面からなる。その部材に大きな地震力が作用すると曲げ変形が大きくなり、部材両端の節点間距離が縮み、接続状況に影響を及ぼすことがある。本報では両端ピン、両端剛のそれぞれに対し、座屈荷重、中央集中荷重、均等分布荷重の計6ケース(図1参照)を対象として、最大曲げ変形と節点間縮み量との関係を求め、上記6ケースに関しては実務上はほぼ等しい関係になることを確認し、6ケースに共通の実用評価式を提案した。最後に適用例を2ケース提示した。

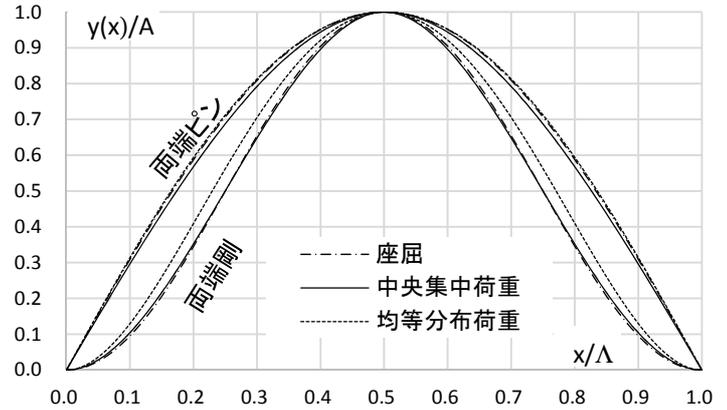


図1 変形曲線

2. 最大曲げ変形と節点間縮み量との関係

ここでは Euler 座屈を例として最大曲げ変形と節点間縮み量との関係を求める。他の変形曲線の場合も、(4)式における $(dy(x)/dx)$ として、表1中の「たわみ角 $(dy(x)/dx)$ 」の欄の対応する式を採用すれば同様に求めることができる。

両端ピンで部材長が L 、変位振幅 B_{AP} の座屈形状は

$$y(x) = B_{AP} \sin(\pi x / \Lambda) \quad (\text{但し、} B_{AP} \ll \Lambda) \quad (1)$$

で与えられる(図2)。傾きは

$$dy(x)/dx = B_{AP} \times (\pi/\Lambda) \times \cos(\pi x / \Lambda) \quad (2)$$

$$(dy(x)/dx)^2 = (\pi \times B_{AP} / \Lambda)^2 \times (1 + \cos(2\pi x / \Lambda)) / 2$$

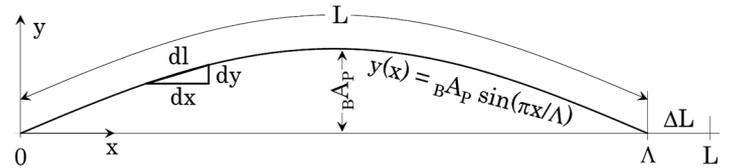


図2 Euler 座屈変形曲線

表1 最大曲げ変形 A と節点間縮み量 ΔL との関係算定 及び その実用式

境界条件	荷重条件	変形曲線 $y(x)$ ((C)は $0 < x < \Lambda/2$ 区間)	最大振幅 (A)	たわみ角 $(dy(x)/dx)$ ((C)は $0 < x < \Lambda/2$ 区間)		
両端ピン (P)	座屈(B)	$a_0 \sin(\pi x / \Lambda)$	a_0 (= B_{AP})	$a_0 (\pi / \Lambda) \cos(\pi x / \Lambda)$	$= B_{AP} \times (\pi / \Lambda) \cos(\pi x / \Lambda)$	
	中央集中(C)	$(P/48EI) (3\Lambda^2 x - 4x^3)$	$P\Lambda^3/48EI$ (= c_{AP})	$(P/16EI) (\Lambda^2 - 4x^2)$	$= c_{AP} \times (3/\Lambda^3) (\Lambda^2 - 4x^2)$	
	均等分布(D)	$(w/24EI) (x^4 - 2\Lambda x^3 + \Lambda^3 x)$	$5w\Lambda^4/384EI$ (= d_{AP})	$(w/24EI) (4x^3 - 6\Lambda x^2 + \Lambda^3)$	$= d_{AP} \times (16/5\Lambda^4) (4x^3 - 6\Lambda x^2 + \Lambda^3)$	
両端剛 (R)	座屈(B)	$(a_1/2) (1 - \cos(2\pi x / \Lambda))$	a_1 (= B_{AR})	$a_1 (\pi / \Lambda) \sin(2\pi x / \Lambda)$	$= B_{AR} \times (\pi / \Lambda) \sin(2\pi x / \Lambda)$	
	中央集中(C)	$(P/48EI) (3\Lambda x^2 - 4x^3)$	$P\Lambda^3/192EI$ (= c_{AR})	$(P/16EI) (2\Lambda x - 4x^2)$	$= c_{AR} \times (12/\Lambda^3) (2\Lambda x - 4x^2)$	
	均等分布(D)	$(w/24EI) (x^4 - 2\Lambda x^3 + \Lambda^2 x^2)$	$w\Lambda^4/384EI$ (= d_{AR})	$(w/24EI) (4x^3 - 6\Lambda x^2 + 2\Lambda^2 x)$	$= d_{AR} \times (16/\Lambda^4) (4x^3 - 6\Lambda x^2 + 2\Lambda^2 x)$	
境界条件	荷重条件	$\Delta L - A$ 関係		実用式 (1) との比と相対誤差 (%)		実用式
両端ピン (P)	座屈(B)	$B_{\Delta LP} = (\pi/2)^2 \times B_{AP}^2 / L$	$= 2.467 \times B_{AP}^2 / L$	1.000	0.00%	
	中央集中(C)	$c_{\Delta LP} = (12/5) \times c_{AP}^2 / L$	$= 2.400 \times c_{AP}^2 / L$	0.973	-2.73%	
	均等分布(D)	$d_{\Delta LP} = (2176/875) \times d_{AP}^2 / L$	$= 2.487 \times d_{AP}^2 / L$	1.008	0.79%	表記 (2) $\Delta L / L = ((\pi/2) \times (A/L))^2$
両端剛 (R)	座屈(B)	$B_{\Delta LR} = (\pi/2)^2 \times B_{AR}^2 / L$	$= 2.467 \times B_{AR}^2 / L$	1.000	0.00%	表記 (3) $A = \text{SQRT}(\Delta L \times L) \times 2/\pi$
	中央集中(C)	$c_{\Delta LR} = (12/5) \times c_{AR}^2 / L$	$= 2.400 \times c_{AR}^2 / L$	0.973	-2.73%	
	均等分布(D)	$d_{\Delta LR} = (256/105) \times d_{AR}^2 / L$	$= 2.438 \times d_{AR}^2 / L$	0.988	-1.19%	

Relation between Amplitude of Flexural Deformation and Shrinkage of Nodal Point Length

KOBAYASHI Toshio

となる。図2と ($b_{AP} \ll \Lambda$) を参考に、

$$dl = \text{SQRT}(dx^2 + dy^2) \cong (1 + (dy(x)/dx)^2/2) dx \quad (3)$$

を考慮すると、Euler 座屈による支点間の縮み量 ΔL は

$$\begin{aligned} L &= \int_0^\Lambda dl \cong \int_0^\Lambda (1 + (dy(x)/dx)^2/2) dx \\ &= \int_0^\Lambda (1 + (\pi b_{AP}/\Lambda)^2 \times (1 + \cos(2\pi x/\Lambda))/4) dx \\ &= \left[x + ((\pi b_{AP}/\Lambda)^2/4) \times (x + \Lambda \sin(2\pi x/\Lambda)/2\pi) \right]_0^\Lambda \\ &= \Lambda + (\pi/2)^2 \times b_{AP}^2/\Lambda \end{aligned} \quad (4)$$

$$\Delta L = L - \Lambda = (\pi/2)^2 \times b_{AP}^2/\Lambda \cong (\pi/2)^2 \times b_{AP}^2/L \quad (5)$$

となる。前記 6 ケースに対し最大曲げ変形と節点間縮み量との関係を表1の「 $\Delta L-A$ 関係」の欄に示す。これによると、 A^2/L にかける係数はほとんど等しいことが分かる。

3. 実用式

前記 6 ケースに共通して、最大曲げ変形 A と節点間縮み量 ΔL との関係を表す実用式として、平均的な結果を与え、形が簡単で覚えやすい

$$\text{表記 (1)} \quad \Delta L = (\pi/2)^2 \times A^2/L \quad (6)$$

を提案する。さらに、同じ内容であるが形を変えた

$$\text{表記 (2)} \quad \Delta L/L = ((\pi/2) \times (A/L))^2 \quad (7)$$

$$\text{表記 (3)} \quad A = \text{SQRT}(\Delta L \times L) \times 2/\pi \quad (8)$$

も場合によっては便利に使える。

この実用式の近似度について表 1 に併記する。相対誤差は最大でも 3% 以下となっている。

4. 仮想適用例

4.1 適用例 (1) 乾式壁スタッドのランナーからの脱落判定

乾式壁の面外荷重による面外曲げ変形で、スタッドがランナーから外れるか否かの判定を対象とする。

スタッドは長さ $L=7500\text{mm}$ 、幅 $B=100\text{mm}$ で、上下端はランナーに差し込んだピン接合、ランナーの立ち上がり長さ $H=40\text{mm}$ 、施工時の上部ランナーとスタッドとのギャップ 10mm 、面外荷重は均等分布荷重、スタッドの中央部最大水平変位 $b_{AP}=250\text{mm}$ とする。このとき長さに対する変位比 b_{AP}/L は、 $250/7500=1/30$ となる。

スタッドの図芯の縮み量 ΔL は実用式の表記(2)より、

$$\begin{aligned} \Delta L &= L \times ((\pi/2) \times (A/L))^2 \\ &= 7500 \times ((\pi/2) \times (1/30))^2 = 20.6\text{mm} \end{aligned} \quad (9)$$

となる。

上下端のたわみ角による上端隅部の上昇量 δ に関して、上下端は変形形状が対称なので図3と表1を参考にすると、

$$\delta = dy(0)/dx \times B = b_{AP} \times (16/5L) \times B = 10.7\text{mm} \quad (10)$$

ランナーの立ち上がりに対するスタッドの掛代 ΔH は、

$$\Delta H = 40 - (t_{2.3} + 10 + 20.6) + 10.7 = 17.8\text{mm} \quad (11)$$

となる。この掛代で水平力が作用した場合のスタッドの脱落如何の判定には別途検討が必要である。

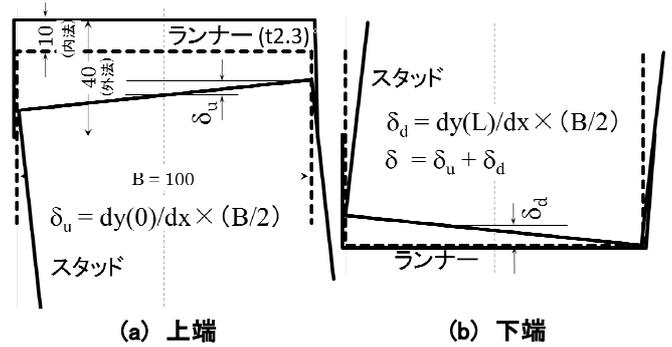


図3 スタッド上下端変形状況

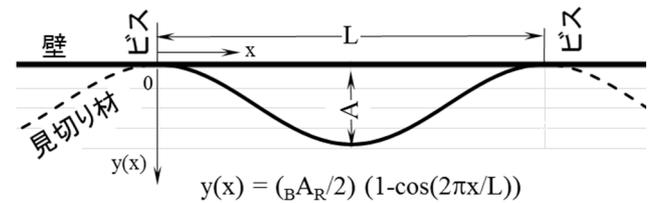


図4 熱膨張座屈変形図

4.2 適用例 (2) アルミ製天井見切り材の熱膨張座屈

天井周辺の壁にアルミ製見切り材が $L=600\text{mm}$ ピッチでビス留めされている場合の熱膨張による座屈現象を対象とする。ここで、見切り材の弱軸断面二次モーメントを I 、断面積を S 、断面二次半径を $i = \text{SQRT}(I/S)$ とする。

(a) 温度の上昇とともに座屈が発生する瞬間を考察する。座屈する直前の熱応力が、ビス留めによる連続条件 (図4参照) で両端剛の Euler 座屈荷重 N_E に等しいので、

$$N_E = 4 \times \pi^2 EI/L^2 = ES \times \Delta L/L \quad (12)$$

ここで、座屈直後の $\Delta L/L$ として実用式の表記(2)を用いて、

$$4 \times \pi^2 EI/L^2 = ES \times \Delta L/L = ES \times ((\pi/2) \times (b_{AR}/L))^2 \quad (13)$$

$$\rightarrow b_{AR} = 4 \times \text{SQRT}(I/S) = 4 \times i \quad (14)$$

すなわち、温度の上昇により座屈が発生した瞬間の座屈振幅は断面二次半径の4倍となり、ビス間隔に依存しない。

(b) 座屈が発生するか否かの判定は熱応力と座屈荷重との大小関係に依存するが、使用時における施工時からの温度上昇 $\Delta T = 20^\circ\text{C}$ で座屈が発生していたと仮定すると、

$$\text{アルミの熱膨張係数 } \alpha = 23 \times 10^{-6} (1/^\circ\text{C}) \quad (15)$$

$$\text{伸び量 } \Delta L = \alpha \times \Delta T \times L = 0.276\text{mm} \quad (16)$$

を考慮して、座屈振幅は実用式の表記(3)より

$$\begin{aligned} b_{AR} &= \text{SQRT}(\Delta L \times L) \times 2/\pi \\ &= \text{SQRT}(0.276 \times 600) \times 2/\pi = 8.2\text{mm} \end{aligned} \quad (17)$$

となる。

5. まとめ

計 6 ケースの変形モードを対象として最大曲げ変形と節点間縮み量との関係を求めた。その結果、実務上は全ケースともほぼ同一の関係になることを確認できたので共通の実用評価式を提案し、その精度も検討した。またこの実用評価式適用例を 2 ケース提示した。

*1 桐井製作所 工学博士